

基于相似原理的轴流式灭火风机气动性能 回归模型的建立

褚双磊, 俞国胜

(北京林业大学 工学院, 北京 100083)

摘要: 利用最小二乘法原理对 T40-2A 轴流风机的气动性能实测试验数据进行了二次曲线拟合, 得出了风压-风量和功率-风量之间的回归曲线方程, 并运用回归分析原理对拟合曲线的回归效果进行了显著性检验, 建立了该风机的无因次性能回归曲线模型, 为实现该系列轴流风机在轴流式风力灭火机中的应用打下了良好的理论基础。

关键词: 最小二乘法; 曲线拟合; 回归曲线方程; 相关指数

中图分类号: S776 文献标识码: A 文章编号: 1002-2767(2009)06-0130-04

The Establishment of Aerodynamic Performance Regression Model of Axial Flow Fire-fighting Fan Based on Simiarity Theory

CHU Shuang-lei, YU Guo-sheng

(Technology College of Beijing Forestry University, Beijing 100083)

Abstract: The aerodynamic performance test data of T40-2A axial fan performance has been quadratically fitted into curve on the principle of least square method. The wind pressure-air volume and power-air volume regression curve equations were given. The regression results of the fitting curve were conducted the significance test on the principle of regression analysis. The non-dimensional performance regression curve model of T40-2A axial fan was set up. It is valuable to lay a good theoretical basis on the realization of the series axial fan applied in the axial-flow pneumatic extinguisher.

Key words: least square method; curve fitting; regression curve equation; related index

风机性能试验得到的数据通常都为离散的点, 实际应用过程中我们需要根据这些离散的数据点总结规律得到一些特性曲线。轴流风机的主要性能曲线是指风机在某一固定转速下全压 P 、轴功率 N 或效率 η 与流量 Q 的关系曲线, 即 P - Q 曲线、 N - Q 曲线和 η - Q 曲线。风机性能曲线反映了风机的运行工况及其特性。绘制风机性能曲线在风机设计和修改中非常重要, 也可以作为风机相似设计的基础。

轴流风机是轴流式风力灭火机的关键部件, 该文运用回归分析理论对 T40-2A 轴流风机的实测气动性能数据进行回归分析, 建立了风压、功率与风量之间相应的回归模型, 得出实用的二次函数方程, 为进一步实现该系列轴流风机在轴流式风力灭火机中的应用和相似设计奠定了理论基础。

1 轴流风机性能曲线回归模型的建立

1.1 最小二乘法基本原理

用函数 $f(x)$ 对试验数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 进行拟合, 由于函数 $f(x)$ 曲线不一定通过所有的测试点 (x_i, y_i) , 故 $f(x_i)$ 与 y_i 之间存在偏差。确定系数 $a_j (j=0, 1, \dots, m)$ 使偏差 $r_i = f(x_i) - y_i$ 的平方和为最小, 即偏差的平方和 $R(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n [f(x_i) - y_i]^2 = \text{极小值}$ (1)

在选择曲线的数学公式模型 $f(x)$ 之后, 要求样本点中实测值 y_i 与计算值 $f(x_i)$ 之差的平方和最小为条件来选择 $f(x)$ 中系数的方法叫做最小二乘法。

设 $f(x)$ 中有 m 个系数: $a_0, a_1, \dots, a_m (m \leq n)$ 对给定的一组数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$, 如果用最小二乘法来拟合曲线, 拟合曲线的一般数学模型表达式为 $f(x) = \sum_{j=0}^m a_j x^j$, 则称 $f(x)$ 为 m 次回归曲线方程, 拟合函数为多项式。

收稿日期: 2009-07-02

第一作者简介: 褚双磊 (1982-) 男, 天津人, 博士, 从事林业与园林机械、流体机械研究。E-mail: chushuanglei@163.com.

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m = \sum_{j=0}^m a_jx^j \quad (2)$$

由于 R 可以看作是 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ 的多元函数, 所以最小二乘拟合多项式的构造问题可以归结为多元函数的极值问题。根据多元函数极值的必要条件得, $a_j (j=0, 1, \dots, m)$ 满足

$$\frac{\partial R}{\partial a_j} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=0}^m a_j x_i^j - y_i \right) x_i^j = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i^k = \sum_{j=0}^m a_j \sum_{i=1}^n x_i^{j+k} \quad (k=0, 1, \dots, m) \quad (3)$$

解此线性正则方程组可得系数 $a_j (j=0, 1, \dots, m)$ 的值, 即可求得 m 次回归曲线方程 $f(x)$ 。

1.2 回归曲线方程的建立

从轴流风机性能曲线图可以看出其性能曲线 P-Q、N-Q 的形状近似于抛物线, 故可采用二次多项式回归曲线对离散测试数据点进行最小二乘拟合, 建立轴流风机性能回归曲线方程为:

$$P = a_0 + a_1Q + a_2Q^2 \quad (4)$$

$$N = b_0 + b_1Q + b_2Q^2 \quad (5)$$

式中: Q 为风机流量/ $m^3 \cdot h^{-1}$; P 为风机全压/Pa; N 为风机功率/W。 a_0, a_1, a_2 为 P-Q 回归曲线方程的系数; b_0, b_1, b_2 为 N-Q 回归曲线方程的系数。

由最小二乘原理可得二次回归曲线的正则方程组, 求解该方程组, 即可确定方程(4)、(5)的系数, 从而确定 P-Q、N-Q 回归曲线方程。设定全压回归曲线方程 $P=f_1(Q)$, 功率回归曲线方程 $N=f_2(Q)$, 自变量 Q 为 x_i , 因变量全压 P 为 y_i , 功率 N 为 z_i , 即全压拟合函数可以表示为 $y_i=f_1(x_i)$, 功率拟合函数 $z_i=f_2(x_i)$ 。

全压回归曲线正则方程组如下:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n i & \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 y_i \end{bmatrix}$$

表 1 T40-2A 轴流风机性能实测数据

名称	试验点											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Q/m^3 \cdot h^{-1}$	28.704	60.517	76.78	96.273	114.9	131.9	151.34	174.29	188.84	208.69	228.04	244.32
P/Pa	47.512	44.339	40.62	34.627	24.177	18.741	14.295	12.469	10.179	8.5345	6.5908	3.9085
N/W	19.2	18.8	19.5	20.8	21.7	20.8	21.9	22.1	23.5	24.9	24.7	25.1

注: T40-2A 风机试验时的转速为 $2900 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 。

表 2 回归曲线方程系数

回归曲线方程	全压回归曲线方程			功率回归曲线方程		
	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
回归曲线方程系数	62.834	-0.3929	0.0006	18.302	0.0156	0.0006

功率回归曲线正则方程组如下:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n i & \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 & \sum_{i=0}^n x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n z_i \\ \sum_{i=0}^n x_i z_i \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 z_i \end{bmatrix}$$

1.3 工况点数据的采集与回归分析建模

鉴于 T 系列轴流风机具有大流量、低全压、小功率的特点, 比较适合用作轴流式风力灭火机的灭火风机之用, 该文拟采用 T40-2A 轴流式风机测试得到的试验数据(见表 1), 这些数据是在西安交通大学流体机械研究所研制的 MGS 风机性能测试系统检测出来的, 这就确保了数据的准确性。

运用回归分析工具对 T40-2A 的实测数据进行二次多项式拟合, 确定了 P-Q、N-Q 回归曲线方程系数(见表 2), 得到风机的全压回归曲线方程(6)、轴功率回归曲线方程(7)两个拟合多项式, 并绘制出轴流风机 P-Q 和 N-Q 拟合曲线图(见图 1、图 2)

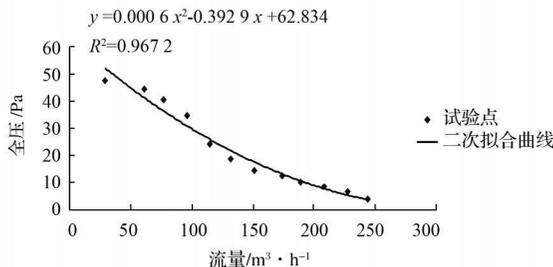


图 1 全压随流量变化曲线

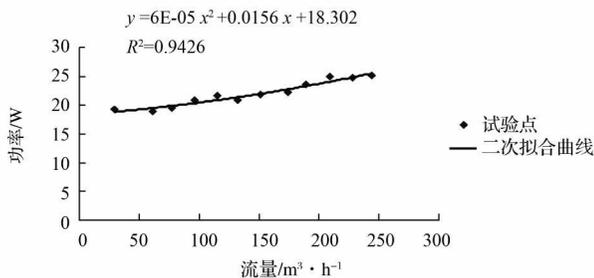


图 2 功率随流量变化曲线

全压回归曲线方程: $P = f_1(Q) = 0.0006Q^2 - 0.3929Q + 62.834$ (6)

功率回归曲线方程: $N = f_2(Q) = 0.00006Q^2 + 0.0156Q + 18.302$ (7)

2 回归曲线方程的显著性检验

2.1 拟合度检验

拟合度检验是对已建立的预测模型进行检验, 比较其预测结果与实际发生情况的吻合程度。剩余平方和检验是比较常用的拟合度检验方法之一。

根据回归分析原理, 二次曲线回归效果的好坏可以用相关指数 R^2 来衡量, R^2 越大(越接近于 1), 则表明

所拟合曲线越准确, 回归的效果越好。

相关指数 R^2 计算公式为^[2]

$$R^2 = S_R / S_T = 1 - S_{\text{剩}} / S_T = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

式中 S_R 表示回归平方和; S_T 表示总偏差平方和; $S_{\text{剩}}$ 表示残差平方和, $S_{\text{剩}} = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$; y_i 表示实测值; $f(x_i)$ 表示预测值; \bar{y} 表示平均值。T40-2A 风机 P-Q、N-Q 性能回归曲线的残差平方和计算结果见表 3。

表 3 残差平方和计算

试验点	流量 Q	全压 P	$f_1(Q)$	$P-f_1(Q)$	功率 N	$f_2(Q)$	$N-f_2(Q)$
1	28.704	47.512	52.051	-4.539	19.19	18.799	0.391
2	60.517	44.339	41.254	3.085	18.82	19.466	-0.646
3	76.78	40.62	36.204	4.416	19.46	19.853	-0.393
4	96.273	34.627	30.569	4.058	20.75	20.36	0.39
5	114.9	24.177	25.611	-1.434	21.68	20.887	0.793
6	131.9	18.741	21.449	-2.708	20.77	21.403	-0.633
7	151.34	14.295	17.115	-2.82	21.89	22.037	-0.147
8	174.29	12.469	12.582	-0.113	22.13	22.844	-0.714
9	188.84	10.179	10.035	0.144	23.52	23.388	0.132
10	208.69	8.5345	6.971	1.5635	24.88	24.171	0.709
11	228.04	6.5908	4.438	2.1528	24.72	24.98	-0.26
12	244.32	3.9085	2.656	1.2525	25.17	25.695	-0.525
$\sum \Delta_i^2$				88.719			3.201

注: $\Delta_{i1} = P - f_1(Q)$; $\Delta_{i2} = N - f_2(Q)$ 。

表 4 回归曲线方程相关指数

性能曲线方程	P-Q 回归曲线方程	N-Q 回归曲线方程
相关指数 R^2	0.9672	0.9426

由表 4 可知, P-Q、N-Q 回归曲线方程的拟合度 R^2 都接近于 1, 表明风压和功率的预测值与实测值之间虽然有差距, 但是整体吻合较好, 回归模型预测效果较好, 可以应用于实际。

2.2 显著性 F 检验

显著性 F 检验是确定自变量 X 与因变量 Y 之间的线性关系是否显著。全压曲线方程和功率曲线方程的回归分析结果分别见表 5 和表 6。

表 5 全压曲线回归分析结果

回归统计	相关系数	判定系数	净判定系数	标准误差	观测值	
	0.98345	0.9672	0.9599	3.1397	12	
方差分析		df	SS	MS	F	F 有效位数
	回归分析	2	2618.357	1309.1785	132.807	2.0885E-07
	残差	9	88.72	9.8577		
	总计	11	2707.077			
回归系数	a_0	a_1	a_2			
	62.834	-0.3929	0.0006			

由表 5 可知, 全压 F 统计量为 132.807, 根据选定检验水平 $\alpha=0.05$ 按照第 1 自由度 2、第 2 自由度 9 查

表 6 功率曲线回归分析结果

回归统计	相关系数	判定系数	净判定系数	标准误差	观测值	
	0.9709	0.9426	0.9299	0.5955	12	
方差分析		df	SS	MS	F	F 有效位数
	回归分析	2	52.44	26.22	73.92	2.60E-06
	残差	9	3.192	0.3547		
	总计	11	55.632			
回归系数	b_0	b_1	b_2			
	18.302	0.0156	0.00006			

显著性水平 0.05 的 F 分布表, 得 F 有效性的临界值为 4.26。由于 $F > F_{0.05}(2, 9)$, F 统计量远大于 F 临界值, 即可断定 T40-2A 轴流风机的流量与全压之间的线性关系是显著的, 即全压回归曲线方程中所含有流量足以解释全压的变化, 全压回归曲线方程显著成立。

同理, 由表 6 可知功率 F 统计量为 73.92, 按照第 1 自由度 2、第 2 自由度 9 查显著性水平 0.05 的 F 分布表, 得 F 临界值为 4.26。由于 F 统计量远大于 F 临界值, 即可断定 T40-2A 轴流风机的流量与功率之间的线性关系也是显著的, 流量的变化对功率的影响是显著的。

3 无因次性能回归曲线方程的建立

T40-2A 轴流风机性能曲线是在一定转速下, 根据

试验测试数据进行曲线拟合得出的, 当转速发生变化时, 该曲线也会发生相应的改变, 故对每一台轴流风机都可以绘制出无数条有因次性能曲线。

因为风机的设计、制造通常是按照系列进行的, 即 T40 系列轴流式通风机都是几何相似的, 应遵从力学相似原理³。风机相似定律是利用风机调速运行时的工况及相似定律应用于不同转速时的基本规律, 即当风机转速 n 发生改变时, 其他气动性能参数的变化规律。

根据相似定律应用于不同转速运行时的不同叶轮直径的风机, 满足公式:

$$\begin{cases} Q_1/Q_2 = (m_1/m_2)(D_1/D_2)^3 \\ P_1/P_2 = (n_1/n_2)^2(D_1/D_2)^2 \\ N_1/N_2 = (n_1/n_2)^3(D_1/D_2)^5 \end{cases} \quad (8)$$

根据风机相似原理可以绘制出一条无因次性能曲线, 该无因次性能曲线可以代表该类轴流风机在各种转速及不同叶轮外径下的性能曲线。

$$\begin{cases} \bar{P} = 3600P/\rho(\pi Dn)^2 \\ \bar{Q} = 0.067Q/\pi^2 D^3 n \\ \bar{N} = 864\,000 N/\rho^4 D^5 n^3 \end{cases} \quad (9)$$

式中: \bar{P} 为压力系数, 为无因次量; \bar{Q} 为流量系数, 为无因次量; \bar{N} 为功率系数, 为无因次量; Q 为流量/ $\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$; P 为全压/ Pa ; ρ 为空气密度, $\rho = 1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; n 为转速/ $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$; D 为叶轮外径/ m 。

T40-2A 试验转速 $n = 2\,900 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$, 叶轮外径为 $D = 0.19 \text{ m}$ 。代入式(9), 得

$$\begin{cases} \bar{P} = 997.795\bar{P} \\ \bar{Q} = 2941.77\bar{Q} \\ \bar{N} = 815.358\bar{N} \end{cases}$$

将上式代入 T40-2A 回归曲线方程并整理, 可得 T40-2A 风机的无因次性能回归曲线方程为:

$$\begin{cases} \bar{P} = 0.062\,9 - 1.158\bar{Q} + 5.204\bar{Q}^2 \\ \bar{N} = 0.0224 + 0.054\,1\bar{Q} + 0.637\bar{Q}^2 \end{cases}$$

4 结论与建议

最小二乘法是多项式回归的基础, 是精确度较高的试验分析之一。主要应用最小二乘法以二次多项式进行曲线拟合得到轴流风机气动性能曲线方程, 结果表明, T40-2A 轴流式风机的 P-Q 和 N-Q 性能回归曲线方程的相关指数 R^2 非常接近于 1, 说明拟合曲线的精度较高, 即用二次回归曲线对轴流风机试验数据进行回归分析是可行的。通过对回归模型的显著性检验, 表明其模型的回归效果高度显著, 其预测值与试验值之间也具有极高的相关性。若要进一步降低预测误差, 提高预测精度, 则要充分考虑非线性因素的影响。

结合轴流风机的相似理论推导出轴流风机的无因次性能曲线方程, 可以对轴流风机运行工况下的气动性能数学模型进行预测, 对 T40 系列轴流风机在轴流式风力灭火机中的应用研究具有重要的参考价值。

参考文献:

- [1] 黄健元. 计算方法[M]. 南京: 河海大学出版社, 2004.
- [2] 周纪芾. 实用回归分析方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990.
- [3] 周谟仁. 流体力学泵与风机[M]. 2版. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993.
- [4] 王昭俊. 采暖循环水泵的性能回归曲线方程研究[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2000, 33(2): 66-69.
- [5] 马良玉, 段巍, 王兵树, 等. 轴流风机通用性能数学模型[J]. 热能动力工程, 2001, 16(2): 195-198.
- [6] 马扶南. 通风机气动性能试验结果的数学处理与误差分析[J]. 风机技术, 1998(2): 17-20.
- [7] 龙绛珠, 张水平, 唐敏康. 利用 MATLAB 语言对风机性能实测数据进行处理[J]. 矿业工程, 2003, 1(6): 51-52.
- [8] 周利华. 矿井主通风机性能曲线模型的显著性检验[J]. 煤矿机械, 2001(11): 15-17.
- [9] 王松岭, 张学镭, 陈海平等. 基于相似定律外推压气机通用特性曲线的方法[J]. 动力工程, 2007, 27(2): 169-173.
- [10] 杨永钊, 傅松, 王松岭. 用正交函数实现水泵性能曲线的最小二乘拟合[J]. 华北电力大学学报, 2004, 31(2): 45-46.

欢迎订阅 2010 年《大豆科学》

《大豆科学》是由黑龙江省农业科学院主管主办、国内外公开发行的我国大豆专业领域学术性期刊, 也是被国内外多家重要数据库和文摘收录源收录的重点核心期刊, 反映大豆科学研究的最新成果。主要刊登有关大豆遗传育种、品种资源、生理生态、耕作栽培、植物保护、营养肥料、生物技术、食品加工、药用功能及工业用途等方面的学术论文、研究报告、研究简报、国内外研究述评、学术活动简讯和新品种介绍等。

《大豆科学》主要面向从事大豆科学研究的科技工作者、大专院校师生、各级农业技术推广部门的技术人员及科技种田的农民。

国内外公开发行, 双月刊, 16 开本, 每期 180 页。国内每期定价: 10.00 元, 全年 60.00 元, 邮发代号: 14-95。国外每期定价: 10.00 美元(包括邮资), 全年 60 美元。由中国国际图书贸易总公司发行, 北京 399 信箱。国外代号: Q5587。

本刊热忱欢迎广大科研及有关企事业单位刊登广告, 广告经营许可证号: 2301030000004

地址: 哈尔滨市南岗区学府路 368 号《大豆科学》编辑部

邮编: 150086 电话: 0451-86668735 E-mail: dadoukx@sina.com ddkexue@126.com