

# 应用灰色——马尔柯夫预测理论 预测黑龙江省水稻单产

张荣芳 矫 江

阎文义

(黑龙江省农科院栽培所)

(黑龙江省农科院育种所)

**摘要** 灰色预测与马尔柯夫转移概率矩阵预测,两者结合精度更高。本文应用此法,对我省水稻平均单产时间序列进行了分析,并预测了今后几年水稻平均单产。

## 一、前 言

灰色量可以用灰色 GM(1,1)模型来描述<sup>[1,2]</sup>,由于 GM(1,1)模型是系统长期预测模型,其几何图形是一条平滑的曲线。马尔柯夫过程是一个随机变化的动态过程,根据状态之间的转移概率来预测未来系统的发展。转移概率反映了各种随机因素的影响程度,因此,马氏链适合于随机波动较大的预测问题。粮食生产受社会、自然等多种因素的制约,其产量高低,既取决于科学技术的发展水平,又受气象因素的制约。长期以来的实践证明,科学技术的发展带来了粮食产量的稳步增长,气象因素的影响,使粮食产量出现随机波动。因此,本文正是将灰色预测与马尔柯夫预测理论相结合,提高了预测精度,为随机波动较大的预测问题提供了一种方法。

## 二、预测模型

### 1. 建立 GM(1,1)模型<sup>[2]</sup>

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (1)$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (2)$$

$$\text{令 } \hat{y}(t) = \hat{x}^{(0)}(k+1) \quad (3)$$

### 2. 划分状态

对于一个符合 n 阶马尔柯夫非平稳随机序列  $y(t)$ , 其任一状态  $E_i$  可表达为  $E_i \in [\otimes 1i, \otimes 2i]$

$$\otimes 1i = \hat{y}(t) + A_i \quad (4)$$

$$\otimes 2i = \hat{y}(t) + B_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

(5)

由于  $\hat{y}(t)$  是一个时间函数, 因而灰元  $\otimes 1i$  和  $\otimes 2i$  也随时序变化, 关于  $E_i$  的含义, 状态划分数目和灰元  $\otimes 1i$ 、 $\otimes 2i$  的确定, 可根据研究对象给序不同的内涵。

### 3. 状态转移概率矩阵的构成与考察

状态转移概率

$$P_{ij}(Z) = M_{ij}(Z) / M_i \quad (i, j=1, 2, 3, \dots, n) \quad (6)$$

式中  $M_{ij}(Z)$  为由状态  $E_i$  经过 Z 步转移到  $E_j$  的样本数,  $M_i$  为处于  $E_i$  的样本数, Z 为转移步数。

状态转移概率矩阵

$$R(Z) = \begin{bmatrix} P_{11}(Z) & P_{12}(Z) & \dots & P_{1n}(Z) \\ P_{21}(Z) & P_{22}(Z) & \dots & P_{2n}(Z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}(Z) & P_{n2}(Z) & \dots & P_{nn}(Z) \end{bmatrix} \quad (7)$$

这样系统各种状态转移的统计规律都体现在状态转移概率  $P_{ij}(K)$  中, 这是马氏链预测的基本原理。通过考察状态转移概率矩阵

$R(Z)$ ,可预测系统未来的发展。

设预测对象现处  $E_k$  状态,考察矩阵  $R$   $(Z)$ 中第  $k$  行,若  $P_{\max}=P_{km}(Z)$ ,则可认为下一时刻系统最有可能由  $E_k$  状态转向  $E_m$  状态。

#### 4. 预测值的计算

决定了系统未来的状态转移后,也就确定了灰元  $\otimes 1i$ 、 $\otimes 2i$ ,则最终预测值为:

$$\hat{y}'(t) = \frac{1}{2} (\otimes 1i + \otimes 2i)$$

$$= \hat{y}(t) + \frac{1}{2} (Ai + Bi) \quad (8)$$

### 三、水稻单产预测

黑龙江省 1949 年到 1989 年历年水稻平均单产见表 1。

表 1 黑龙江省历年水稻平均亩产量

序 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
年 份	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1956	1958	1959	1960	1961	1962
亩产(公斤)	122	142	130	180	211	164	212	161	112	151	151	79	99	119
序 号	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
年 份	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976
亩产(公斤)	138	109	134	179	205	236	129	174	175	83	193	237	259	139
序 号	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
年 份	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	
亩产(公斤)	193	223	232	253	166	197	248	298	278	290	259	294	255	

#### 1. 建立 GM(1,1)模型

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = 119.9414e^{0.018107k}$$

$$\text{令 } \hat{y}(t) = \hat{x}^{(0)}(k+1)$$

$$\text{则 } \hat{y}(t) = 119.9414e^{0.018107k}$$

#### 2. 状态划分

依据水稻实际平均产量划分如下五种状态见表 2。

上述划分五种状态形成了与 GM(1,1)

表 2 五种状态划分情况

年景	状态	灰元 $\otimes 1i$	灰元 $\otimes 2i$
大欠年	$E_1$	$\otimes_{11} = \hat{y}(t) - 0.5\bar{y}$	$\otimes_{21} = \hat{y}(t) - 0.3\bar{y}$
欠年	$E_2$	$\otimes_{12} = \hat{y}(t) - 0.3\bar{y}$	$\otimes_{22} = \hat{y}(t) - 0.1\bar{y}$
平年	$E_3$	$\otimes_{13} = \hat{y}(t) - 0.1\bar{y}$	$\otimes_{23} = \hat{y}(t) + 0.1\bar{y}$
丰年	$E_4$	$\otimes_{14} = \hat{y}(t) + 0.1\bar{y}$	$\otimes_{24} = \hat{y}(t) + 0.3\bar{y}$
大丰年	$E_5$	$\otimes_{15} = \hat{y}(t) + 0.3\bar{y}$	$\otimes_{25} = \hat{y}(t) + 0.5\bar{y}$

注:  $\hat{y}(t)$  为  $t$  时刻按 GM(1,1)模型求得的水稻平均亩产量预测值,  $\bar{y}$  为历年平均值。

曲线相平行的 5 个条形区域。

矩阵。

#### 3. 状态转移概率矩阵的构成

依据 (6)、(7) 式构成了五个步数的转移

#### 4. 编制状态预测表

选取离预报年最近的五个年份,按离预

$$R(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 5/9 & 3/9 & 1/9 & 0 \\ 2/12 & 0 & 5/12 & 5/12 & 0 \\ 0 & 2/11 & 2/11 & 2/11 & 5/11 \\ 1/5 & 1/5 & 0 & 3/5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(4) = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 3/9 & 2/9 & 3/9 & 1/9 \\ 0 & 4/11 & 2/11 & 2/11 & 3/11 \\ 1/9 & 0 & 5/9 & 2/9 & 1/9 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 2/5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 3/9 & 3/9 & 2/9 & 1/9 \\ 2/12 & 1/12 & 3/12 & 3/12 & 3/12 \\ 1/10 & 3/10 & 2/10 & 4/10 & 0 \\ 0 & 1/5 & 2/5 & 1/5 & 1/5 \end{bmatrix}$$

$$R(5) = \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 2/9 & 3/9 & 3/9 & 1/9 \\ 1/11 & 3/11 & 2/11 & 3/11 & 2/11 \\ 1/8 & 2/8 & 1/8 & 3/8 & 1/8 \\ 1/5 & 0 & 3/5 & 1/5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(3) = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 2/9 & 2/9 & 1/9 & 2/9 & 2/9 \\ 1/11 & 4/11 & 1/11 & 4/11 & 1/11 \\ 0 & 2/10 & 4/10 & 3/10 & 1/10 \\ 0 & 0 & 4/5 & 1/5 & 0 \end{bmatrix}$$

报年份由近到远的顺序,转移步数分别定为1、2、3、4、5,在转移步数所对应的转移概率矩阵中,取起始状态所对应的行向量组成新的概率矩阵,结果见表3。

通过表3得知,  $E_4$  状态值最大,所以

表 3 1990 年水稻单产状态预测表

年 份	起始状态	转移步数	状 态				
			$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$
1989	$E_3$	1	2/12	0	5/12	5/12	0
1988	$E_4$	2	1/10	3/10	2/10	4/10	0
1987	$E_3$	3	1/11	4/11	1/11	4/11	1/11
1986	$E_4$	4	1/9	0	5/9	2/9	1/9
1985	$E_5$	5	1/8	2/8	1/8	3/8	1/8
合 计			0.594	0.914	1.388	1.778	0.319

1990 年水稻单产最有可能的预测值为:

同理预测了 1991 年水稻亩产为 298 公

$$\hat{y}(1990) = \hat{y}(42) + \frac{1}{2}(0.1\bar{y} + 0.3\bar{y}) =$$

斤,1992 年为 303 公斤,1993 年为 308 公斤,1994 年为 313 公斤。

294 公斤

表 4

预测值对照表

单位:公斤

年份	实际产量	GM(1,1)预测		灰色—马尔柯夫预测	
		预测产量	预测精度(%)	预测产量	预测精度(%)
1985	278	234	81.2	271	97.4
1986	290	239	78.7	276	94.9
1987	259	243	93.4	243	93.4
1988	294	247	80.9	284	96.5
1989	255	252	98.8	252	98.8
1990	298	257	84.1	294	98.6

我们把灰色—马尔柯夫预测与 GM(1, 1) 预测得到的相应年度的预测值做一比较见表 4。从表 4 可以看出, 灰色—马尔柯夫预测精度普遍高于单一灰色预测, 其中 1990 年的预测精度从 84.1%, 提高到 98.6%, 因此可以认为灰色—马尔柯夫预测法是比较适宜于随机波动较大的数据序列预测。

#### 四、结 语

1. 灰色—马尔柯夫转移概率矩阵预测兼有灰色 GM(1, 1) 系统长期预测模型和马尔柯夫各种可能状态相互转移概率矩阵预测系统未来状态的长处。它不仅适合于长期预测, 而且对随机波动性较大的数据序列的短期预测更为适合, 预测精度高。

2. 该法的预测是建立在时间序列数据的

统计分析基础上的, 因此和其它预测一样, 历史数据愈多, 预测精度愈高, 预测结果也更可靠, 该法对数据数目的要求同灰色 GM(1, 1) 模型。

3. 该法的预测精度与状态划分的关系较大。状态划分尚无统一标准, 应视具体情况而定。一般历史数据较少时, 状态区域划分应大一些, 状态数目少一些。数据较多时, 可增加状态数目, 状态区域划分得少一些, 这样更能客观地反映状态之间的转移规律。

#### 参 考 文 献

- [1] 邓聚龙, 灰色系统(社会、经济), 北京, 国防工业出版社, 1985, 1~15
- [2] 邓聚龙, 灰色预测与决策, 武汉, 华中工学院出版社, 1986, 7~9

生产技术

## 关于 1992 年大豆生产的几点建议

张增敏 郑本理 矫 江

高瑞宽

(黑龙江省农科院)

(黑龙江省农委)

### 一、我省目前大豆生产形势及问题

我省近十年大豆面积迅速增加, “七五”期间年平均播种面积达到 3 410.2 万亩, 占同期早田粮食作物播种面积的 34.1%。尽管年际间播种面积有些波动, 但每年播种面积都在 3 100 万亩以上。单产水平也跨上了一

个新台阶, 1983~1990 年, 8 年全省平均亩产 103.1 公斤, 比 1983 年前 8 年平均单产提高 30.3%。大豆总产也由“六五”期间的年平均 255.3 万吨增加到“七五”期间的 359.2 万吨, 约增加 40.0%。目前, 我省每年大豆播种面积约占全国大豆播种面积的 25%, 总产量约占全国大豆总产量的 30%, 大豆商品量和出口量都居全国第一位。

但是, 随着大豆面积的增加, 大豆重迎茬

注: 李国桢、胡立成、刘发、连成才、张有库、马淑君、刘汉启等同志提供参考资料, 特此致谢。