

黑龙江垦区粮豆产量预测模型^{*}

南都国 吴溪涌

(黑龙江八一农垦大学)

本文经过对黑龙江垦区 1957~ 1992年(36年)粮豆总产统计资料的分析,用灰色系统 GM(1,1)动态预测模型模拟和预测趋势产量,用马尔柯夫链动态预测模型揭示过程状态的随机波动转移规律并预报随机产量,从而把两者结合起来组合了一套完整的粮豆总产灰色马尔柯夫链预测模型,并对黑龙江垦区 1993年和 1994年粮豆总产进行预测结果,均与实况相符,其相对误差率均在 1%之内。

1 趋势产量分析与预测模型

1.1 作物产量的构成分析

农作物的产量除受气候条件波动影响外,还要受当地生产水平波动的影响。我们把生产水平变化等人为因素的影响称为“产量的时间趋势项”,简称为“趋势产量”。把气象变动原因所引起的产量变化称为“气象产量”。所以,作物实际产量 y 分解成趋势产量 y_t 、气象产量 y_w 和随机误差 y_e 等三项,以 $y = y_t + y_w + y_e$ 表示。

因气象变动是随机现象,所以气象产量本质上是随机变量。为下面研究方便,我们可把气象产量和随机误差统称为“随机产量”,以 y_{we} 表示,则作物产量的时间序列可表示为:

$$y(k) = y_t(k) + y_{we}(k) \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

经以上分析可知,对作物产量的预测,主要考虑趋势产量预测与随机产量预测即可。

1.2 实际产量序列的趋势分析

为便于分析黑龙江垦区 1957~ 1992年(36年)粮豆总产序列的发展趋势,从粮豆总产随时间(年份)变化的散布图(略)看出,虽然粮豆实际产量随时间的推延有较大的上下波动,但纵观散布图趋势,总体上还是随时间的推延而波动上升,近似于指数曲线型上升趋势,从而可以考虑以平滑的指数曲线模拟并表示趋势产量。

1.3 趋势产量预测模型

灰色系统 GM(1,1)模型的解为指数型曲线,其预测的几何图形是一条较平滑的曲线,我们可用 GM(1,1)模型揭示粮豆总产时间序列的变化及其变化总趋势,从而可用 GM(1,1)动态预测模型预测趋势产量。

设粮豆总产原始时间序列为:

$x^{(0)}(k) \quad (k = 1, 2, \dots, n)$; 则按 (GM(1,1)) 建模原理

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-ak} + \frac{u}{a}; \quad \hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$$

令 $s = k+1$; 则 $\hat{x}^{(0)}(s) = \hat{x}^{(1)}(s) - \hat{x}^{(1)}(s-1)$

$$\hat{y}_t(s) = \hat{x}^{(0)}(s) \quad (2)$$

上式中 $\hat{y}_t(s)$ 为 s 时刻按 GM(1,1)模型求得的原始序列的趋势值, $\hat{y}_t(s)$ 的变化反映了粮豆总

产的变化趋势,从而依(2)式计算趋势产量 y_t 的预测值。

根据黑龙江垦区1957~1992年(36年)粮豆总产时间序列,建立如下趋势产量表达式:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1)=78.1421e^{0.048k}$$
 由(2)式可知, $\hat{y}_t(s)=\hat{x}^{(0)}(s)=78.1421e^{0.048(s-1)} \dots\dots (3)$

依(3)式可计算出 s 时刻趋势产量 $y_t(s)$ 的预测值 $\hat{y}_t(s)$,如1993年(时间序号 $s=37$)趋势产量预测值 $\hat{y}_t(37)=78.1421e^{0.048(37-1)}\approx 439.89$ (万吨)

2 随机产量分析与预测模型

随机波动较大的随机产量时间序列,作为一个随机过程,是时间与状态均离散而且具有“无后效性”特点的马尔柯夫过程,从而可构成马尔柯夫链。将随机产量分为 m 种状态,从某一状态开始统计出经过 m 步转移后出现各种状态转移概率,就可用前一时期 t_{n-1} 的随机产量状态,预报下一个时期 t_n 的随机产量状态,再从随机产量状态经变换后可求得随机产量。但由作物产量分解出来的随机产量的状态划分,不能简单地套用象平稳随机过程状态划分方法,以固定不变的若干常数作为状态上下界。因为作物产量序列是呈某种变化趋势的非平稳随机过程,故由作物产量分解出来的随机产量状态边界和内涵也是动态变化的,所以随机产量状态划分应与预测对象的基本时序变化趋势相一致。

2.1 状态划分

根据上面分析,随机产量状态的边界和内涵是变化的,状态的变化趋势必须与作物产量序列的变化趋势相一致。即状态的边界线与趋势产量 $\hat{y}_t(s)$ 曲线平行地构成若干条形区域,每一区域代表着一个状态。可根据具体情况划分 t 个状态,其中任一个状态 E 可表示为:

$$E=[\otimes_{1i},\otimes_{2i}] \quad (i=1,2,\dots,t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

灰色区间 $\otimes_{1i}\sim\otimes_{2i}$ 依随机产量占趋势产量的比值 $\frac{y(s)-\hat{y}_t(s)}{\hat{y}_t(s)}\times 100\%$ 来确定。

根据黑龙江垦区粮豆实际总产和以GM

(1,1)模型计算的趋势产量值,以随机产量占趋势产量的比重来确定如下划分状态的标准(见表1)。依表1标准,将黑龙江垦区1957~1992年(36年)粮豆总产及随机产量变化状态列表2

| 表1 划分状态的标准 | |
|------------|--------------------------------------|
| 状态 | $y_{we}(s)/\hat{y}_t(s)\times 100\%$ |
| 1 | -50~-30 |
| 2 | -30~-16 |
| 3 | -16~0 |
| 4 | 0~16 |
| 5 | 16~40 |

表2 黑龙江垦区粮豆总产及随机产量变化状态

| | | | | | | | | | | | | |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 年度 | 1957 | 1958 | 1959 | 1960 | 1961 | 1962 | 1963 | 1964 | 1965 | 1966 | 1967 | 1968 |
| 状态 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 年度 | 1969 | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 | 1974 | 1975 | 1976 | 1977 | 1978 | 1979 | 1980 |
| 状态 | 3 | 4 | 4 | 3 | 1 | 4 | 3 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 年度 | 1981 | 1982 | 1983 | 1984 | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 |
| 状态 | 2 | 3 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 5 | 3 | 3 |

2.2 构造转移概率矩阵

随机产量状态的转移概率: $p_{ji}(m)=\frac{M_{ij}(m)}{M_i} \quad (i,j=1,2,\dots,t) \quad \dots\dots\dots (5)$

式中 $M_{ij}(m)$ 为随机产量由状态 E_i 经过 m 步转移到状态 E_j 的原始数据样本数; M_i 为处于状态 E_i 的原始数据样本数

随机产量状态的转移概率矩阵:
$$R(m)=\begin{bmatrix} p_{11}(m) & p_{12}(m) & \cdots & p_{1t}(m) \\ p_{21}(m) & p_{22}(m) & \cdots & p_{2t}(m) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{t1}(m) & p_{t2}(m) & \cdots & p_{tt}(m) \end{bmatrix} \cdots \cdots \quad (6)$$

状态转移概率矩阵 $R(m)$ 反映了随机产量各状态之间的转移规律,它是状态预测的基础。

2.3 编制随机产量预测表

表的编制方法:选取离预测年最近的 j 个年份。按离预测年的远近,转移步数分别定为 $1, 2, \cdots, j$,在转移步数所对应的各转移矩阵中,取起始状态所对应的行向量,即为各状态出现的概率。对各状态概率求和,其最大概率状态,就是系统的预测状态,即随机产量的预测状态。利用转移概率矩阵 $R(1) \sim R(5)$,可编制黑龙江垦区 1993 年粮豆总产随机产量预测表。

表 3 黑龙江垦区 1993 年粮豆总产随机产量预测

| 起始年度 | 起始状态 | 转移步数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1992 | 3 | 1 | 0.231 | 0.077 | 0.308 | 0.154 | 0.231 |
| 1991 | 3 | 2 | 0.083 | 0.083 | 0.5 | 0.25 | 0.083 |
| 1990 | 5 | 3 | 0 | 0 | 0.333 | 0.333 | 0.333 |
| 1989 | 3 | 4 | 0.182 | 0.182 | 0.364 | 0 | 0.273 |
| 1988 | 2 | 5 | 0 | 0 | 0.667 | 0 | 0.333 |
| 合计 | | | 0.496 | 0.342 | 2.172 | 0.737 | 1.253 |

由表 3 知 1993 年的粮豆总产及随机产量以状态“3”的概率最大,随机产量 $y_{we}(37)$ 在趋势产量 $\hat{y}_t(37)$ 的 $-16\% \sim 0\%$ 之间。

2.4 确定随机产量的变化区间及预测值

利用转移概率矩阵,确定了随机产量未来状态的转向后,即确定了状态区间为 $[\otimes_{1j}, \otimes_{2j}]$ 随机产量的变动区间为 $[\otimes_{1j} \circ \hat{y}_t(s), \otimes_{2j} \circ \hat{y}_t(s)]$,最有可能的随机产量预测值可认为是该区间的中点,则随机产量的预测值 $\hat{y}_{we}(s)$ 可由下式计算: $\hat{y}_{we}(s) = \frac{1}{2}(\otimes_{1j} + \otimes_{2j}) \hat{y}_t(s) \cdots \cdots \quad (7)$

依 (3)式、表 2 表 3 及 (7)式可计算黑龙江垦区 1993 年粮豆总产随机产量的预测值为

$$\hat{y}_{we}(37) = \frac{1}{2}(-16\% + 0\%) \times 439.89 \text{万吨} = -35.1912 \text{万吨}$$

3 黑龙江垦区粮豆总产预测方法

把模拟并预测趋势产量的灰色 GM(1, 1)动态预测模型与 2 中叙述的预测随机产量的马尔柯夫链动态预测模型结合起来,就组合了一套粮豆总产灰色马尔柯夫链预测模型

黑龙江垦区粮豆总产灰色马尔柯夫链预测模型均由数学表达式 (1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)、(7)与表 1 表 2 表 3 所构成。

黑龙江垦区粮豆总产预测方法及具体步骤如下:

第一步先计算趋势产量预测值:依 (3)式 $\hat{y}_t(s) = x^{(0)}(s) = 78.1421e^{0.048(s-1)}$ 计算。

第二步划分状态:① 确定划分状态标准由 $\frac{y(s) - \hat{y}_t(s)}{\hat{y}_t(s)} \times 100\%$ 来确定。具体计算见表 1;

② 据表 1 确定粮豆总产及随机产量变化状态见表 2

第三步构造转移概率矩阵:据表 2,依 (5)式、(6)式求得 $R(1) \sim R(5)$

第四步求预测年随机产量预测值 $\hat{y}_{we}(s)$:① 由表 3 确定预测年的粮豆总产随机产量所处的状态;② 确定随机产量的变化区间及其数据;③ 依 (7)式求得预测年随机产量预测值。

第五步最后求出欲预测的 s时刻粮豆总产预测值 $\hat{y}(s)$: 依 (1)式 $\hat{y}(s) = \hat{y}_t(s) + \hat{y}_{we}(s)$ 求出

由以上预测方法与计算步骤对 1993年黑龙江垦区粮豆总产预测如下:
1993年粮豆趋势产量预测值为: $\hat{y}_t(37) = 439.89$ (万吨)
1993年粮豆总产随机产量预测值为: $\hat{y}_{we}(37) = -35.1912$ (万吨)
故 1993年粮豆总产量预测值为: $\hat{y}(37) = \hat{y}_t(37) + \hat{y}_{we}(37) = 439.89$ (万吨) - 35.1912(万吨) = 404.6988(万吨)
1993年黑龙江垦区粮豆实际总产为 402(万吨), 预测残差为 $e = -2.6988$ (万吨), 相对误差为 $q = -0.67\%$ 。

以同样的方法预测 1994年黑龙江垦区粮豆总产为 417.5145(万吨), 1994年粮豆实际总产为 414.4(万吨), 预测残差 $e = -3.1145$ (万吨), 预测相对误差 $q = -0.75\%$ 。
应用灰色马尔柯夫链预测模型预测 1993年、1994年黑龙江垦区粮豆总产结果, 预测相对误差均在允许值 ($\pm 5\%$) 之内, 均与实况基本相符。

4 结语

- 4.1 应用灰色马尔柯夫链预测模型预测作物产量, 既能反映其趋势产量, 又能反映其随机产量。因此, 用它来预测农作物产量非常适合的, 实践证明结果是可靠的。
- 4.2 灰色马尔柯夫链预测模型是建立在对历史数据的分析统计之上的, 因此, 历史数据愈多, 预测精度愈高, 预测结果更可靠。
- 4.3 该方法不用气象资料, 直接对历年产量资料进行一定的数学处理, 就可编制农作物产量年景预报, 能提早供有关部门参考。

安徽省高校科技函授部

中医专业招生

经省教委批准继续面向全国招生, 本着继承和发展祖国医学, 培养具有专业技能的中医人才, 选用 12 门全国统编中西医函授教材, 与当前全国高等教育自考相配合, 聘请专家教授进行教学, 全面辅导和答疑。愿本部能成为你医学道路上的良师益友。凡具有中学程度者均可报名, 详情见简章。附邮 5 元至合肥市望江西路 6-008 信箱中函处, 邮编 230022, 简章备案
电话: 0551-3644909